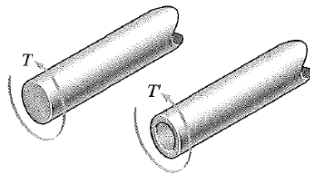


**PROBLEMAS**

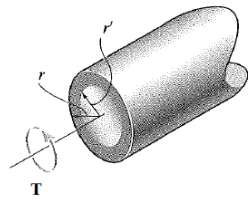
**5.1.** Um eixo é feito de uma liga de aço com tensão de cisalhamento admissível  $\tau_{adm} = 84 \text{ MPa}$ . Se o diâmetro do eixo for 37,5 mm, determine o torque máximo **T** que pode ser transmitido. Qual seria o torque máximo **T** se fosse feito um furo de 25 mm de diâmetro no eixo? Faça um rascunho da distribuição da tensão de cisalhamento ao longo de uma linha radial em cada caso.



**Problema 5.1**

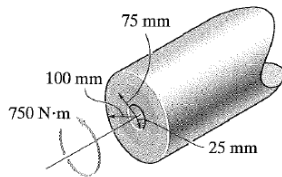
**5.2.** O eixo maciço de raio  $r$  está sujeito a um torque **T**. Determine o raio  $r'$  do núcleo interno do eixo que resista à metade do torque aplicado ( $T/2$ ). Resolva o problema de duas maneiras: (a) usando a fórmula da torção e (b) determinando a resultante da distribuição da tensão de cisalhamento.

**5.3.** O eixo maciço de raio  $r$  está sujeito a um torque **T**. Determine o raio  $r'$  do núcleo interno do eixo que resista a 1/4 do torque aplicado ( $T/4$ ). Resolva o problema de duas maneiras: (a) usando a fórmula da torção e (b) determinando a resultante da distribuição da tensão de cisalhamento.



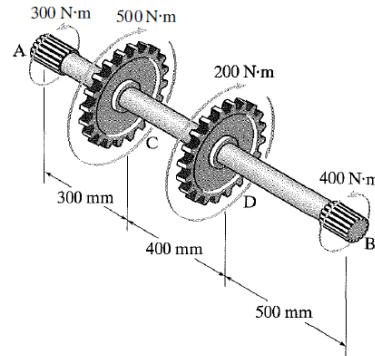
**Problemas 5.2/3**

**5.4.** O tubo é submetido a um torque de  $750 \text{ N}\cdot\text{m}$ . Determine a parcela desse torque à qual a seção sombreada cinza resiste. Resolva o problema de duas maneiras: (a) usando a fórmula da torção e (b) determinando a resultante da distribuição da tensão de cisalhamento.



**Problema 5.4**

**5.5.** O eixo maciço de 30 mm de diâmetro é usado para transmitir os torques aplicados às engrenagens. Determine a tensão de cisalhamento máxima absoluta no eixo.

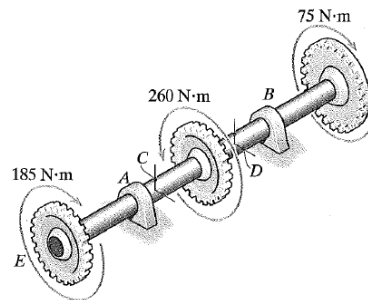


**Problema 5.5**

**5.6.** O eixo maciço de 32 mm de diâmetro é usado para transmitir os torques aplicados às engrenagens. Se o eixo estiver apoiado em mancais lisos em **A** e **B**, que não resistem a torque, determine a tensão de cisalhamento desenvolvida no eixo nos pontos **C** e **D**. Indique a tensão de cisalhamento nos elementos de volume localizados nesses pontos.

**5.7.** O eixo tem diâmetro externo de 32 mm e diâmetro interno de 25 mm. Se for submetido aos torques aplicados mostrados na figura, determine a tensão de cisalhamento máxima absoluta desenvolvida no eixo. Os mancais lisos em **A** e **B** não resistem a torque.

**5.8.** O eixo tem diâmetro externo de 32 mm e diâmetro interno de 25 mm. Se for submetido aos torques aplicados mostrados na figura, faça o gráfico da distribuição da tensão de cisalhamento que age ao longo de uma linha radial que se encontra no interior da região **EA** do eixo. Os mancais lisos em **A** e **B** não resistem a torque.



**Problemas 5.6/7/8**

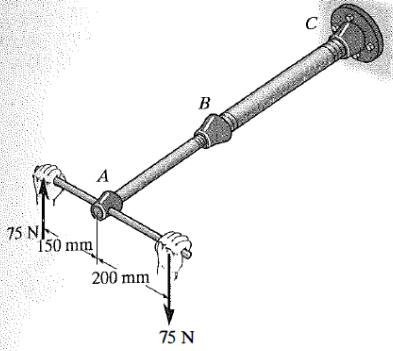
**5.9.** O conjunto é composto por duas seções de tubo de aço galvanizado interligadas por uma redução em **B**. O tubo menor tem diâmetro externo de 18,75 mm e diâmetro interno de 17 mm, enquanto o tubo maior tem diâmetro externo de 25 mm e diâmetro interno de 21,5 mm. Se o tubo estiver firmemente

pre  
xin  
do

5.10.  
pequ  
de di  
a ten  
(60) N  
distr

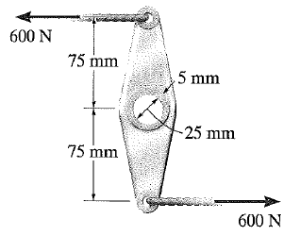
5.11.  
dos d  
e exte  
T = 80  
mme

preso à parede em *C*, determine a tensão de cisalhamento máxima desenvolvida em cada seção do tubo quando o conjugado mostrado na figura for aplicado ao cabo da chave.



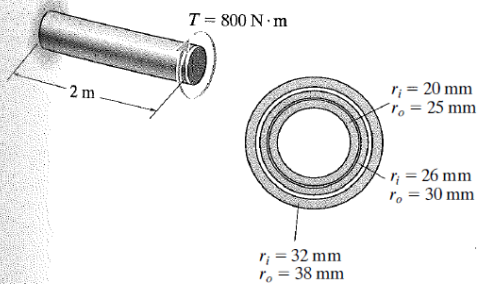
**Problema 5.9**

5.10. O elo funciona como parte do controle do elevador de um pequeno avião. Se o tubo de alumínio conectado tiver 25 mm de diâmetro interno e parede de 5 mm de espessura, determine a tensão de cisalhamento máxima no tubo quando a força de 600 N for aplicada aos cabos. Além disso, trace um rascunho da distribuição da tensão de cisalhamento na seção transversal.



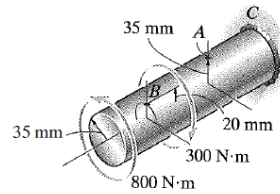
**Problema 5.10**

5.11. O eixo é composto por três tubos concêntricos, todos do mesmo material, e cada um com os raios internos e externos mostrados na figura. Se for aplicado um torque  $T = 800 \text{ N} \cdot \text{m}$  ao disco rígido preso à sua extremidade, determine a tensão de cisalhamento máxima no eixo.



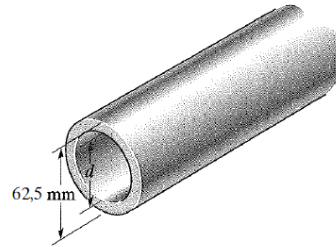
**Problema 5.11**

5.12. O eixo maciço está preso ao suporte em *C* e sujeito aos carregamentos de torção mostrados. Determine a tensão de cisalhamento nos pontos *A* e *B* e faça um rascunho da tensão de cisalhamento nos elementos de volume localizados nesses pontos.



**Problema 5.12**

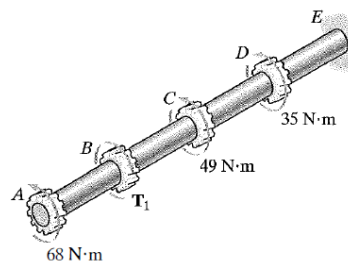
5.13. Um tubo de aço com diâmetro externo de 62,5 mm é usado para transmitir 3 kW quando gira a 27 rev/minuto. Determine, com aproximação de múltiplos de 5 mm, o diâmetro interno *d* do tubo se a tensão de cisalhamento admissível for  $\tau_{adm} = 70 \text{ MPa}$ .



**Problema 5.13**

5.14. O eixo maciço de alumínio tem diâmetro de 50 mm e tensão de cisalhamento admissível  $\tau_{adm} = 6 \text{ MPa}$ . Determine o maior torque  $T_1$  que pode ser aplicado ao eixo se ele também estiver sujeito a outros carregamentos de torção. Exige-se que  $T_1$  aja na direção mostrada. Determine também a tensão de cisalhamento máxima no interior das regiões *CD* e *DE*.

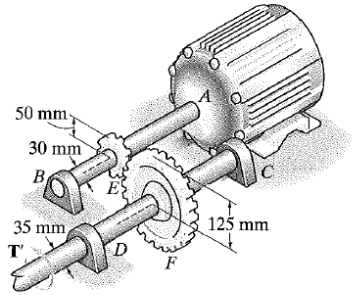
5.15. O eixo maciço de alumínio tem diâmetro de 50 mm. Determine a tensão de cisalhamento máxima absoluta no eixo e trace um rascunho da distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da linha radial do eixo onde a tensão de cisalhamento é máxima. Considere  $T_1 = 20 \text{ N} \cdot \text{m}$ .



**Problemas 5.14/15**

**5.16.** O motor transmite um torque de  $50 \text{ N} \cdot \text{m}$  ao eixo  $AB$ . Esse torque é transmitido ao eixo  $CD$  pelas engrenagens em  $E$  e  $F$ . Determine o torque de equilíbrio  $T$  no eixo  $CD$  e a tensão de cisalhamento máxima em cada eixo. Os mancais  $B$ ,  $C$  e  $D$  permitem a livre rotação dos eixos.

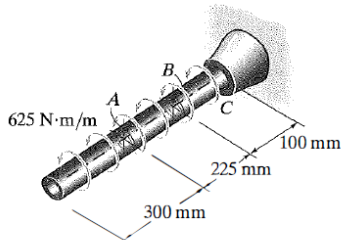
**5.17.** Se o torque aplicado ao eixo  $CD$  for  $T' = 75 \text{ N} \cdot \text{m}$ , determine a tensão de cisalhamento máxima absoluta em cada eixo. Os mancais  $B$ ,  $C$  e  $D$  permitem a livre rotação dos eixos, e o motor impede a rotação dos eixos.



**Problemas 5.16/17**

**5.18.** O tubo de cobre tem diâmetro externo de  $62,5 \text{ mm}$  e diâmetro interno de  $57,5 \text{ mm}$ . Se estiver firmemente preso à parede em  $C$  e for submetido a um torque uniformemente distribuído, como mostra a figura, determine a tensão de cisalhamento desenvolvida nos pontos  $A$  e  $B$ . Esses pontos se encontram na superfície externa do tubo. Faça um rascunho da tensão de cisalhamento sobre os elementos de volume localizados em  $A$  e  $B$ .

**5.19.** O tubo de cobre tem diâmetro externo de  $62,5 \text{ mm}$  e diâmetro interno de  $57,5 \text{ mm}$ . Se estiver firmemente preso à parede em  $C$  e for submetido ao torque uniformemente distribuído ao longo de todo o seu comprimento, determine a tensão de cisalhamento máxima absoluta no tubo. Discuta a validade desse resultado.



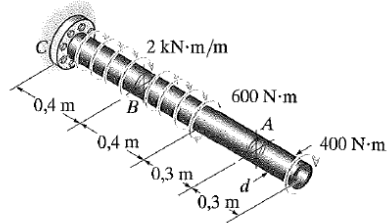
**Problemas 5.18/19**

**5.20.** O eixo maciço com  $60 \text{ mm}$  de diâmetro está sujeito aos carregamentos de torção distribuídos e concentrados mostrados na figura. Determine a tensão de cisalhamento nos pontos  $A$  e  $B$  e trace um rascunho da tensão de cisalhamento nos elementos de volume localizados nesses pontos.

**5.21.** O eixo maciço com  $60 \text{ mm}$  de diâmetro está sujeito aos carregamentos de torção distribuídos e concentrados

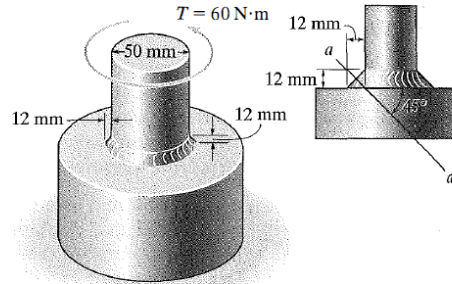
mostrados na figura. Determine as tensões de cisalhamento máxima e mínima no eixo e especifique suas localizações, medidas em relação à extremidade fixa.

**5.22.** O eixo maciço é submetido aos carregamentos de torção distribuídos e concentrados mostrados na figura. Determine o diâmetro  $d$  exigido para o eixo se a tensão de cisalhamento admissível para o material for  $\tau_{adm} = 175 \text{ MPa}$ .



**Problemas 5.20/21/22**

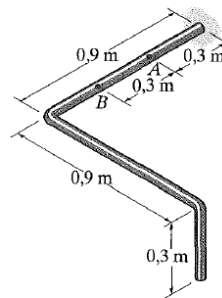
**5.23.** Os eixos de aço estão interligados por um filete de solda como mostra a figura. Determine a tensão de cisalhamento média na solda ao longo da seção  $a-a$  se o torque aplicado aos eixos for  $T = 60 \text{ N} \cdot \text{m}$ . *Observação:* A seção crítica onde a solda falha encontra-se ao longo da seção  $a-a$ .



**Problema 5.23**

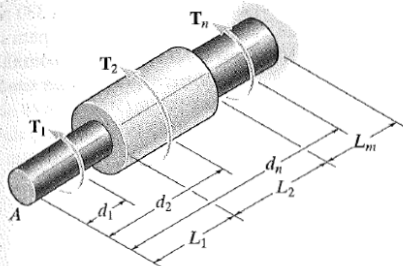
**5.24.** A haste tem diâmetro de  $12 \text{ mm}$  e peso de  $80 \text{ N/m}$ . Determine a tensão de torção máxima provocada na haste pelo seu peso em uma seção localizada em  $A$ .

**5.25.** Resolva o Problema 5.24 para a tensão de torção máxima em  $B$ .



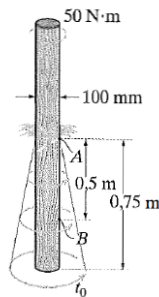
**Problemas 5.24/25**

5.26. Considere o problema geral de um eixo circular composto por  $m$  segmentos, cada um com raio  $c_m$ . Se houver  $n$  torques no eixo, como mostra a figura, escreva um código computacional que possa ser usado para determinar a tensão de cisalhamento máxima em qualquer posição especificada  $x$  ao longo do eixo. Mostre uma aplicação do código para os valores  $L_1 = 0,6$  m,  $c_1 = 50$  mm,  $L_2 = 1,2$  m,  $c_2 = 25$  mm,  $T_1 = 1.200$  N · m,  $d_1 = 0$ ,  $T_2 = -900$  N · m,  $d_2 = 1,5$  m.



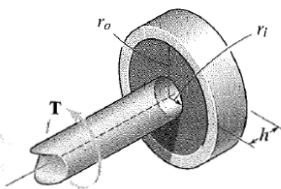
Problema 5.26

5.27. O poste de madeira, o qual está enterrado no solo até a metade de seu comprimento, é submetido a um momento de torção de  $50$  N · m que o faz girar a uma velocidade angular constante. Esse momento enfrenta a resistência de uma distribuição linear de torque desenvolvida pelo atrito com o solo, que varia de zero no solo a  $t_0$  N · m/m na base do poste. Determine o valor de equilíbrio para  $t_0$  e, então, calcule a tensão de cisalhamento nos pontos  $A$  e  $B$  que se encontram na superfície externa do poste.



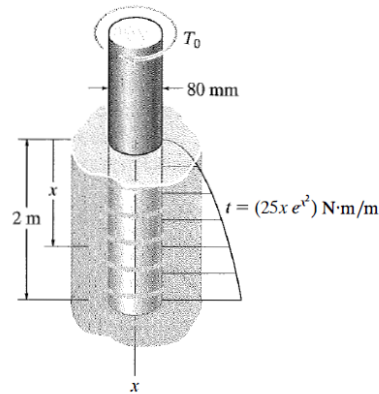
Problema 5.27

5.28. Uma mola cilíndrica é composta por um anel de borracha preso a um anel e eixo rígidos. Mantendo o anel fixo e aplicando um torque  $T$  ao eixo, determine a tensão de cisalhamento máxima na borracha.



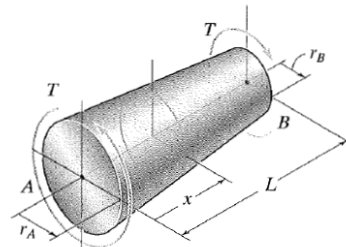
Problema 5.28

5.29. O eixo tem diâmetro de  $80$  mm e, devido ao atrito na superfície no interior do furo, está sujeito a um torque variável descrito pela função  $t = (25xe^{x^2})$  N · m/m, onde  $x$  é dado em metros. Determine o torque mínimo  $T_0$  necessário para vencer o atrito e fazer o eixo girar. Determine também a tensão máxima absoluta no eixo.



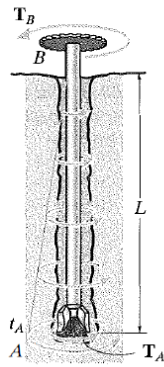
Problema 5.29

5.30. O eixo maciço tem concicidade linear de  $r_A$  em uma extremidade e  $r_B$  na outra extremidade. Deduza uma equação que dê a tensão de cisalhamento máxima no eixo em uma localização  $x$  ao longo da linha central do eixo.



Problema 5.30

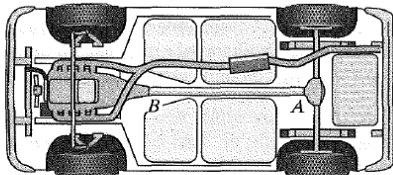
5.31. Ao perfurar um poço à velocidade angular constante, a extremidade inferior do tubo de perfuração encontra uma resistência à torção  $T_A$ . Além disso, o solo ao longo das laterais do tubo cria um torque de atrito distribuído ao longo do comprimento do tubo, que varia uniformemente de zero na superfície  $B$  a  $t_A$  em  $A$ . Determine o torque mínimo  $T_B$  que deve ser transmitido pela unidade de acionamento para se vencerem os torques de resistência e calcule a tensão de cisalhamento máxima no tubo. O tubo tem raio externo  $r_o$  e raio interno  $r_i$ .



**Problema 5.31**

**5.32.** O eixo de transmissão  $AB$  de um automóvel é feito de aço com tensão de cisalhamento admissível  $\tau_{adm} = 56$  MPa. Se o diâmetro externo do eixo for 62,5 mm e o motor transmitir 165 kW ao eixo quando estiver girando a 1.140 rev/minuto, determine a espessura mínima exigida para a parede do eixo.

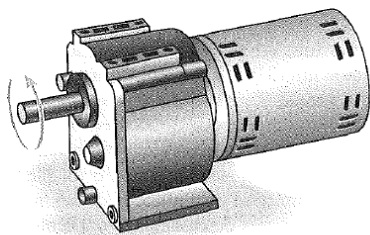
**5.33.** O projeto prevê que o eixo de transmissão  $AB$  de um automóvel será um tubo de parede fina. O motor transmite 125 kW quando o eixo está girando a 1.500 rev/minuto. Determine a espessura mínima da parede do eixo se o diâmetro externo for 62,5 mm. A tensão de cisalhamento admissível do material é  $\tau_{adm} = 50$  MPa.



**Problemas 5.32/33**

**5.34.** O motor de engrenagens pode desenvolver 100 W quando gira a 300 rev/minuto. Se o eixo tiver diâmetro de 12 mm, determine a tensão de cisalhamento máxima que será desenvolvida no eixo.

**5.35.** O motor de engrenagens pode desenvolver 100 W quando gira a 80 rev/minuto. Se a tensão de cisalhamento admissível para o eixo for  $\tau_{adm} = 28$  MPa, determine, com aproximação de múltiplos de 5 mm, o menor diâmetro do eixo que pode ser usado.

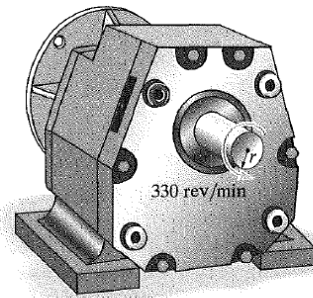


**Problemas 5.34/35**

**5.36.** O eixo de transmissão de um trator é feito de um tubo de aço com tensão de cisalhamento admissível  $\tau_{adm} = 42$  MPa. Se o diâmetro externo for 75 mm e o motor transmitir 145 kW ao eixo quando estiver girando a 1.250 rev/minuto, determine a espessura mínima exigida para a parede do eixo.

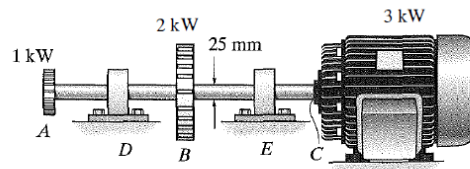
**5.37.** O moto-reductor de 2,5 kW pode girar a 330 rev/minuto. Se o diâmetro do eixo for 20 mm, determine a tensão de cisalhamento máxima que será desenvolvida no eixo.

**5.38.** O moto-reductor de 2,5 kW pode girar a 330 rev/minuto. Se a tensão de cisalhamento admissível para o eixo for  $\tau_{adm} = 56$  MPa, determine, com aproximação de múltiplos de 5 mm, o menor diâmetro do eixo que pode ser usado.



**Problemas 5.37/38**

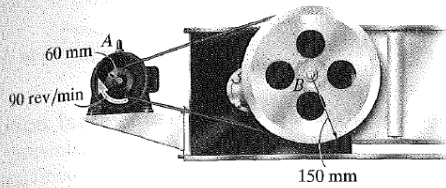
**5.39.** O eixo maciço de aço  $AC$  tem diâmetro de 25 mm e está apoiado nos mancais lisos em  $D$  e  $E$ . O eixo está acoplado a um motor em  $C$ , que transmite 3 kW de potência ao eixo quando está girando a 50 rev/s. Se as engrenagens  $A$  e  $B$  absorverem 1 kW e 2 kW, respectivamente, determine a tensão de cisalhamento máxima desenvolvida no eixo no interior das regiões  $AB$  e  $BC$ . O eixo é livre para girar em seus mancais de apoio  $D$  e  $E$ .



**Problema 5.39**

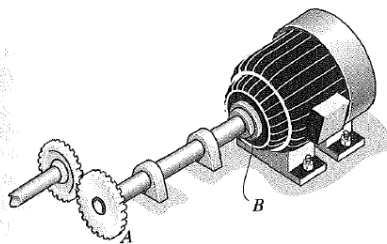
**5.40.** Um navio tem um eixo de transmissão da hélice que gira a 1.500 rev/minuto quando está desenvolvendo 1.500 kW. Se o eixo tiver 2,4 m de comprimento e 100 mm de diâmetro, determine a tensão de cisalhamento máxima no eixo causada por torção.

**5.41.** O motor  $A$  desenvolve potência de 300 W e gira a 90 rev/minuto. Determine os diâmetros exigidos para os eixos de aço nas polias em  $A$  e  $B$  se a tensão de cisalhamento admissível for  $\tau_{adm} = 85$  MPa.



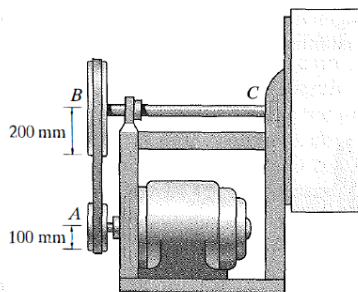
**Problema 5.41**

5.42. O motor transmite 400 kW ao eixo de aço *AB*, o qual é tubular e tem diâmetro externo de 50 mm e diâmetro interno de 46 mm. Determine a *menor* velocidade angular com a qual ele pode girar se a tensão de cisalhamento admissível para o material for  $\tau_{adm} = 175$  MPa.



**Problema 5.42**

5.43. O motor transmite 40 kW quando está girando a taxa constante de 1.350 rpm em *A*. Esse carregamento é transmitido ao eixo de aço *BC* do ventilador pelo sistema de correia e polia mostrado na figura. Determine, com aproximação de múltiplos de 5 mm, o menor diâmetro desse eixo se a tensão de cisalhamento admissível para o aço for  $\tau_{adm} = 84$  MPa.



**Problema 5.43**

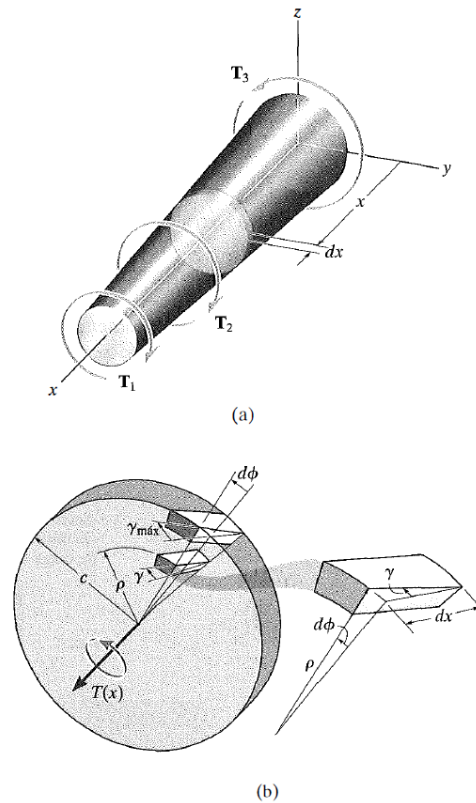
## 5.4 Ângulo de torção

Às vezes, o projeto de um eixo depende de restrições à quantidade de rotação ou torção que pode ocorrer quando o eixo é submetido a um torque. Além do mais, saber calcular o ângulo de torção para um eixo

é importante quando analisamos as reações em eixos estaticamente indeterminados.

Nesta seção, desenvolveremos uma fórmula para determinar o **ângulo de torção**  $\phi$  (fi) de uma extremidade de um eixo em relação à sua outra extremidade. Consideraremos que o eixo tem seção transversal circular que pode variar gradativamente ao longo de seu comprimento (Figura 5.15a) e que o material é homogêneo e se comporta de maneira linear elástica quando o torque é aplicado. Como ocorreu no caso de uma barra carregada axialmente, desprezaremos as deformações localizadas que ocorrem nos pontos de aplicação dos torques e em locais onde a seção transversal muda abruptamente. Pelo princípio de Saint-Venant, esses efeitos ocorrem no interior de pequenas regiões do comprimento do eixo e, em geral, provocam apenas um leve efeito no resultado final.

Usando o método das seções, isolamos do eixo um disco diferencial de espessura  $dx$  localizado na posição  $x$  (Figura 5.15b). O torque interno resultante é representado por  $T(x)$ , visto que o carregamento externo



**Figura 5.15**