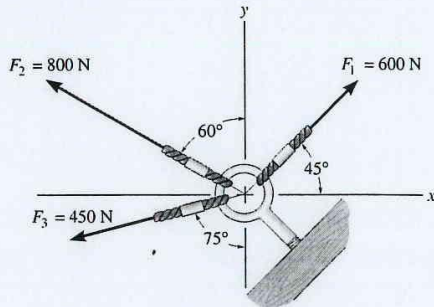


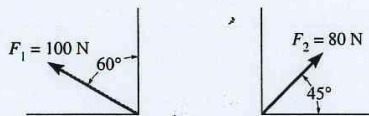
**PROBLEMAS**

2.1. Determine a intensidade da força resultante  $F_R = F_1 + F_2$  e sua direção, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo  $x$  positivo.



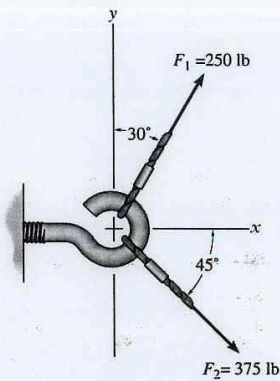
Problema 2.1

2.2. Determine a intensidade da força resultante se: (a)  $F_R = F_1 + F_2$ ; (b)  $F'_R = F_1 - F_2$ .



Problema 2.2

2.3. Determine a intensidade da força resultante  $F_R = F_1 + F_2$  e sua direção, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo  $x$  positivo.

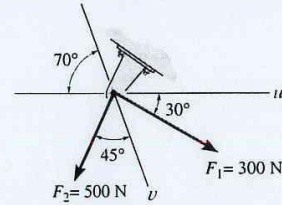


Problema 2.3

\*2.4. Determine a intensidade da força resultante  $F_R = F_1 + F_2$  e sua direção, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo  $u$  positivo.

2.5. Decomponha a força  $F_1$  nos componentes que atuam ao longo dos eixos  $u$  e  $v$  e determine a intensidade deles.

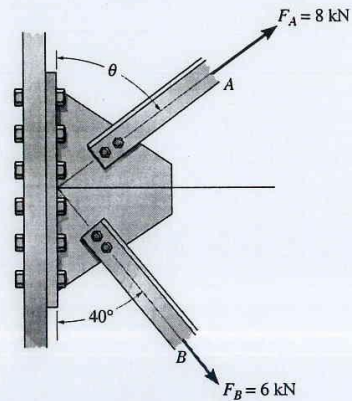
2.6. Decomponha a força  $F_2$  nos componentes que atuam ao longo dos eixos  $u$  e  $v$  e determine a intensidade deles.



Problemas 2.4/5/6

2.7. A chapa está submetida a duas forças em  $A$  e  $B$ , como mostrado na figura. Se  $\theta = 60^\circ$ , determine a intensidade da resultante das duas forças e sua direção medida a partir da horizontal.

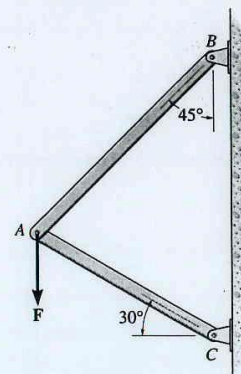
\*2.8. Determine o ângulo  $\theta$  necessário para acoplar o elemento  $A$  à chapa, de modo que a força resultante de  $F_A$  e  $F_B$  seja orientada horizontalmente para a direita. Além disso, informe qual é a intensidade da força resultante.



Problemas 2.7/8

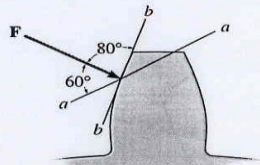
2.9. A força vertical  $F$  atua para baixo em  $A$  nos dois elementos da estrutura. Determine as intensidades dos dois componentes de  $F$  orientados ao longo dos eixos de  $AB$  e  $AC$ . Considere que  $F = 500$  N.

2.10. Resolva o Problema 2.9 para  $F = 350$  lb.



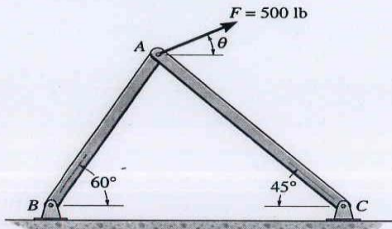
Problemas 2.9/10

**2.11.** A força que atua no dente da engrenagem é  $F = 20$  lb. Decomponha a força nos componentes que atuam ao longo das linhas  $aa'$  e  $bb'$ .



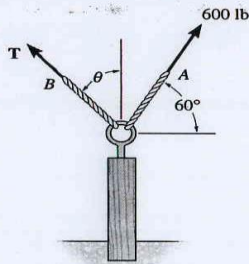
Problemas 2.11/12

**2.13.** A força de 500 lb que atua, na estrutura deve ser decomposta em dois componentes que atuem ao longo do eixo das escoras  $AB$  e  $AC$ . Se o componente da força ao longo de  $AC$  tiver de ser de 300 lb, orientado de  $A$  para  $C$ , determine a intensidade da força que atua ao longo de  $AB$  e o ângulo  $\theta$  da força de 500 lb.



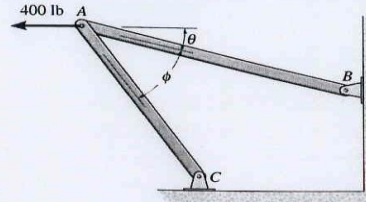
Problema 2.13

**2.14.** A estaca deve ser arrancada do solo usando-se duas cordas  $A$  e  $B$ . A corda  $A$  está submetida a uma força de 600 lb orientada a  $60^\circ$  a partir da horizontal. Se a força resultante que atua verticalmente para cima sobre a estaca for de 1.200 lb, determine a força  $T$  na corda  $B$  e o ângulo correspondente  $\theta$ .



Problema 2.14

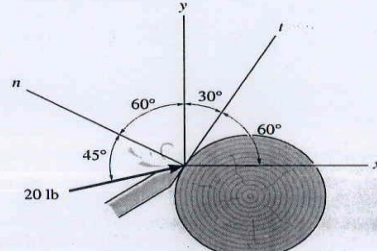
**2.15.** Determine o ângulo de projeto  $\theta$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ) da escora  $AB$ , de modo que a força horizontal de 400 lb tenha um componente de 500 lb orientado de  $A$  para  $C$ . Qual é o valor do componente da força que atua ao longo do elemento  $AB$ ? Considere que  $\phi = 40^\circ$ .



Problemas 2.15/16

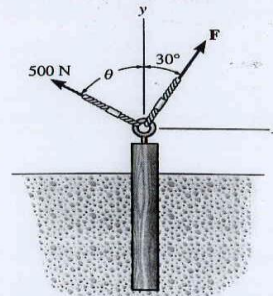
**\*2.16.** Determine o ângulo de projeto  $\phi$  ( $0^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ ) entre as escoras  $AB$  e  $AC$ , de modo que a força horizontal de 400 lb tenha um componente de 600 lb que atue para cima e para a esquerda, na direção de  $B$  para  $A$ . Considere que  $\theta = 30^\circ$ .

**2.17.** O cinzel exerce uma força de 20 lb sobre o pino de madeira que gira em um torno mecânico. Decomponha a força em componentes que atuem (a) ao longo dos eixos  $n$  e  $t$  e (b) ao longo dos eixos  $x$  e  $y$ .



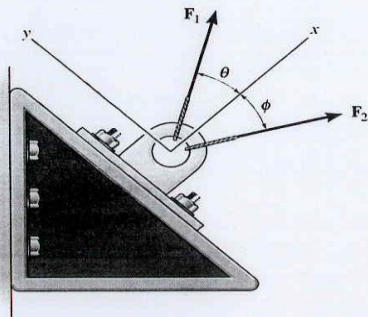
Problema 2.17

**2.18.** Duas forças são aplicadas na extremidade de um olhal a fim de remover a estaca. Determine o ângulo  $\theta$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ) e a intensidade da força  $F$ , de modo que a força resultante que atua sobre a estaca seja orientada verticalmente para cima e tenha intensidade de 750 N.



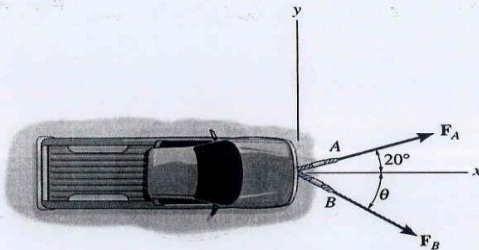
Problema 2.18

2.19. Se  $F_1 = F_2 = 30$  lb, determine os ângulos  $\theta$  e  $\phi$ , de modo que a força resultante seja orientada ao longo do eixo  $x$  positivo e tenha intensidade  $F_R = 20$  lb.



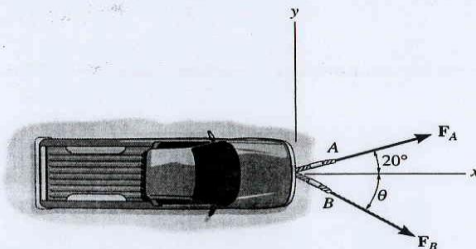
Problema 2.19

\*2.20. A caminhonete deve ser rebocada usando-se duas cordas. Determine a intensidade das forças  $F_A$  e  $F_B$  que atuam em cada corda a fim de produzir uma força resultante de 950 N, orientada ao longo do eixo  $x$  positivo. Considere que  $\theta = 50^\circ$ .



Problema 2.20

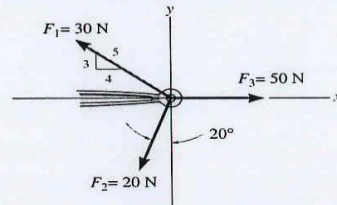
2.21. A caminhonete deve ser rebocada usando-se duas cordas. Se a força resultante for de 950 N, orientada ao longo do eixo  $x$  positivo, determine as intensidades das forças  $F_A$  e  $F_B$  que atuam em cada corda e o ângulo  $\theta$  de  $F_B$ , de modo que a intensidade de  $F_B$  seja *mínima*.  $F_A$  atua com  $20^\circ$  a partir do eixo  $x$ , como mostra a figura.



Problema 2.21

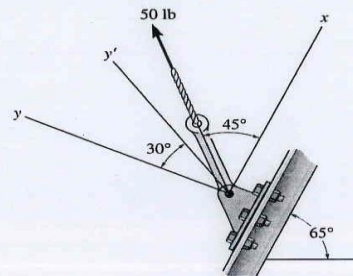
2.22. Determine a intensidade e a direção da resultante  $F_R = F_1 + F_2 + F_3$  das três forças, encontrando primeiro a resultante  $F' = F_1 + F_2$  e depois compondo  $F_R = F' + F_3$ .

2.23. Determine a intensidade e a direção da resultante  $F_R = F_1 + F_2 + F_3$  das três forças, encontrando primeiro a resultante  $F' = F_2 + F_3$  e depois compondo  $F_R = F' + F_1$ .



Problemas 2.22/23

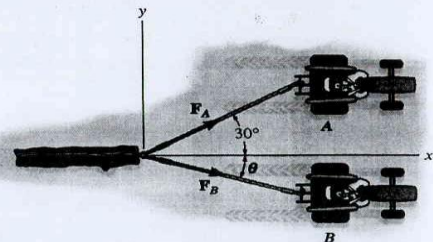
\*2.24. Decomponha a força de 50 lb nos componentes que atuam ao longo (a) dos eixos  $x$  e  $y$  e (b) dos eixos  $x'$  e  $y'$ .



Problema 2.24

2.25. A tora deve ser rebocada por dois tratores  $A$  e  $B$ . Determine as intensidades das duas forças de arrasto  $F_A$  e  $F_B$ , se for necessário que a força resultante tenha intensidade  $F_R = 10$  kN e seja orientada ao longo do eixo  $x$ . Considere que  $\theta = 15^\circ$ .

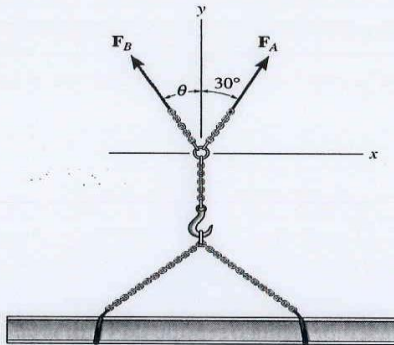
2.26. Se a resultante  $F_R$  das duas forças que atuam sobre a tora estiver orientada ao longo do eixo  $x$  positivo, com intensidade de 10 kN, determine o ângulo  $\theta$  do cabo acoplado a  $B$  para que a força  $F_B$  nesse cabo seja *mínima*. Qual é a intensidade da força em cada cabo, nessa situação?



Problemas 2.25/26

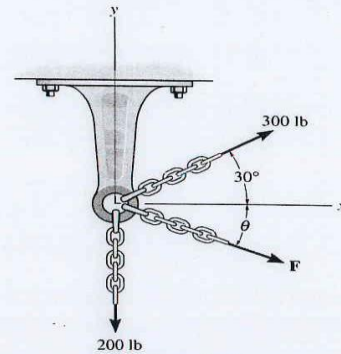
2.27. A viga da figura deve ser içada usando-se duas correntes. Determine a intensidade das forças  $F_A$  e  $F_B$  que atuam em cada corrente, a fim de obter uma força resultante de 600 N orientada ao longo do eixo  $y$  positivo. Considere que  $\theta = 45^\circ$ .

\*2.28. A viga da figura deve ser içada usando-se duas correntes. Se a força resultante for de 600 N, orientada ao longo do eixo  $y$  positivo, determine as intensidades das forças  $F_A$  e  $F_B$  que atuam em cada corrente e a orientação  $\theta$  de  $F_B$ , de modo que a intensidade de  $F_B$  seja *mínima*.  $F_A$  atua com  $30^\circ$  a partir do eixo  $y$ , como mostrado.



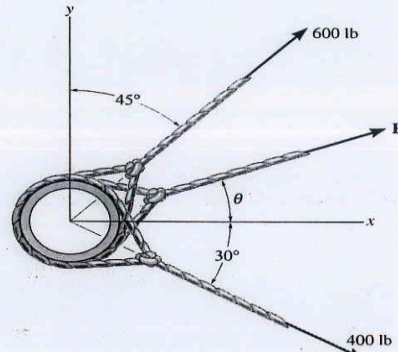
Problemas 2.27/28

2.29. Três correntes atuam sobre o suporte da figura, criando uma força resultante de 500 lb de intensidade. Se duas das correntes estão submetidas a forças conhecidas, como mostrado, determine a orientação  $\theta$  da terceira corrente, medida no sentido horário a partir do eixo  $x$  positivo, de modo que a intensidade da força  $F$  nessa corrente seja *mínima*. Todas as forças estão localizadas no plano  $x-y$ . Qual é a intensidade de  $F$ ? *Dica:* determine primeiro a resultante das duas forças conhecidas. A força  $F$  atua nessa direção.



Problema 2.29

2.30. Os três cabos puxam um tubo de tal modo que geram uma força resultante com intensidade de 900 lb. Se dois dos cabos estiverem submetidos a forças conhecidas, como mostra a figura, determine a direção  $\theta$  do terceiro cabo, de modo que a intensidade da força  $F$  nesse cabo seja *mínima*. Todas as forças estão localizadas no plano  $x-y$ . Qual é a intensidade de  $F$ ? *Dica:* determine primeiro a resultante das duas forças conhecidas.



Problema 2.30

## 2.4 ADIÇÃO DE UM SISTEMA DE FORÇAS COPLANARES

Quando é necessário obter a resultante de mais de duas forças, é mais fácil determinar os componentes de eixos especificados, adicionar algebricamente esses componentes e depois gerar a resultante, em vez de determinar a resultante das forças pela aplicação sucessiva da lei do paralelogramo, como discutido na Seção 2.3.

Nesta seção, vamos decompor cada uma das forças em seus componentes retangulares  $F_x$  e  $F_y$ , que se localizam ao longo dos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamen-

O sinal negativo indica que  $F_{Rx}$  atua para a esquerda, ou seja, na direção  $x$  negativa, como indicado pela flecha pequena. Somando-se os componentes  $y$ , obtém-se:

$$+\uparrow F_{Ry} = \Sigma F_y; \quad F_{Ry} = 250 \cos 45^\circ \text{ N} + 200\left(\frac{3}{5}\right) \text{ N} \\ = 296,8 \text{ N}\uparrow$$

A força resultante, mostrada na Figura 2.19c, tem a seguinte *intensidade*:

$$F_R = \sqrt{(-383,2 \text{ N})^2 + (296,8 \text{ N})^2} \\ = 485 \text{ N} \quad \text{Resposta}$$

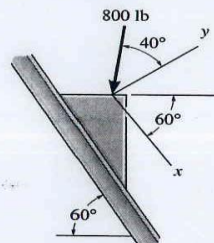
Pela adição vetorial na Figura 2.19c, o ângulo de direção  $\theta$  é:

$$\theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{296,8}{383,2}\right) = 37,8^\circ \quad \text{Resposta}$$

Observe a conveniência de usar esse método, comparado às duas aplicações da lei do paralelogramo.

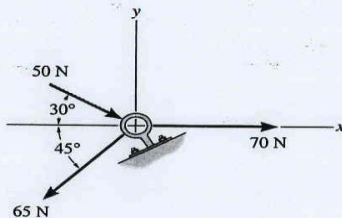
## PROBLEMAS

2.31. Determine os componentes  $x$  e  $y$  da força de 800 lb.



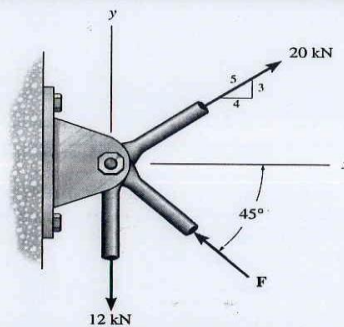
Problema 2.31

\*2.32. Determine a intensidade da força resultante e sua direção, medida no sentido horário a partir do eixo  $x$  positivo.



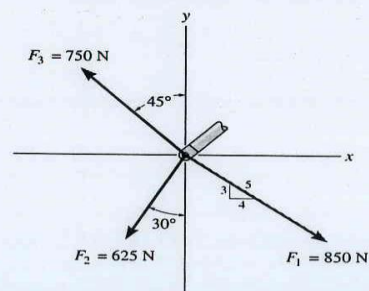
Problema 2.32

2.33. Determine a intensidade da força  $F$ , de modo que a resultante  $F_R$  das três forças seja a menor possível.



Problema 2.33

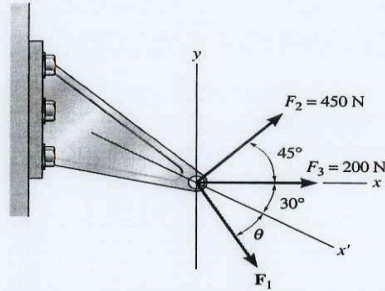
2.34. Determine a intensidade da força resultante e sua direção, medida no sentido anti-horário a partir do eixo  $x$  positivo.



Problema 2.34

2.35. Três forças atuam sobre o suporte da figura. Determine a intensidade e a direção  $\theta$  de  $F_1$ , de modo que a força resultante seja orientada ao longo do eixo  $x'$  positivo e tenha intensidade de 1 kN.

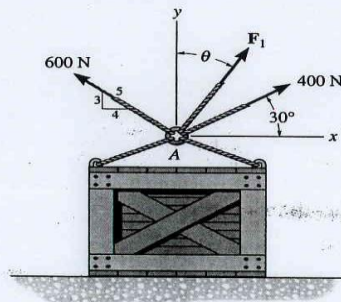
\*2.36. Se  $F_1 = 300$  N e  $\theta = 20^\circ$ , determine a intensidade e a direção, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo  $x'$ , da força resultante das três forças que atuam sobre o suporte.



Problemas 2.35/36

2.37. Determine a intensidade e a direção  $\theta$  de  $F_1$ , de modo que a força resultante seja orientada verticalmente para cima e tenha intensidade de 800 N.

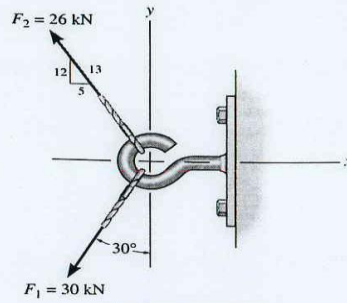
2.38. Determine a intensidade e a direção, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo  $x$ , da força resultante das três forças que atuam sobre o anel A. Considere que  $F_1 = 500$  N e  $\theta = 20^\circ$ .



Problemas 2.37/38

2.39. Expresse  $F_1$  e  $F_2$  como vetores cartesianos.

\*2.40. Determine a intensidade da força resultante e sua direção, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo  $x$  positivo.



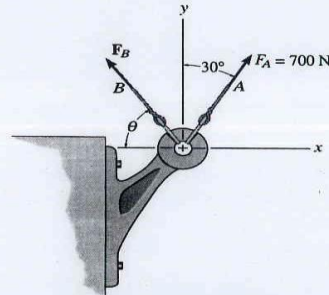
Problemas 2.39/40

2.41. Resolva o Problema 2.1 somando os componentes retangulares ou  $x$  e  $y$  das forças para obter a força resultante.

2.42. Resolva o Problema 2.22 somando os componentes retangulares ou  $x$  e  $y$  das forças para obter a força resultante.

2.43. Determine a intensidade e a orientação  $\theta$  de  $F_B$ , de modo que a força resultante seja orientada ao longo do eixo  $y$  positivo e tenha intensidade de 1.500 N.

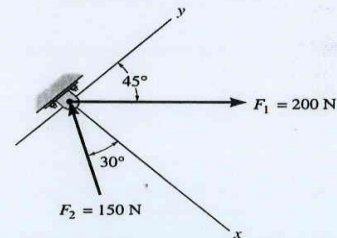
\*2.44. Determine a intensidade e a orientação, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo  $y$  positivo, da força resultante que atua sobre o suporte, se  $F_B = 600$  N e  $\theta = 20^\circ$ .



Problemas 2.43/44

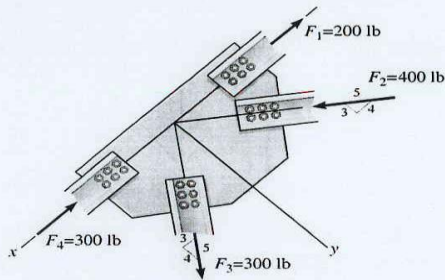
2.45. Determine os componentes  $x$  e  $y$  de  $F_1$  e  $F_2$ .

2.46. Determine a grandeza da força resultante e sua direção, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo  $x$  positivo.



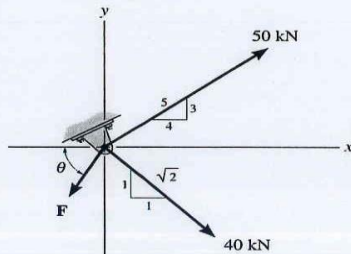
Problemas 2.45/46

2.47. Determine os componentes  $x$  e  $y$  de cada força que atua sobre a *chapa de ligação* da estrutura tipo treliça que sustenta a ponte. Demonstre que a força resultante é nula.



Problema 2.47

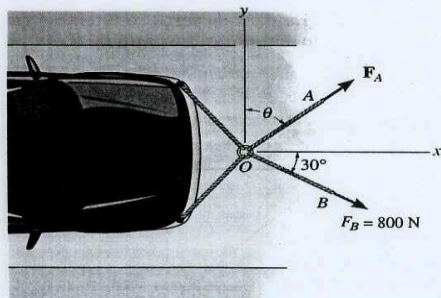
\*2.48. Se  $\theta = 60^\circ$  e  $F = 20$  kN, determine a intensidade da força resultante e sua direção, medida no sentido horário, a partir do eixo  $x$  positivo.



Problema 2.48

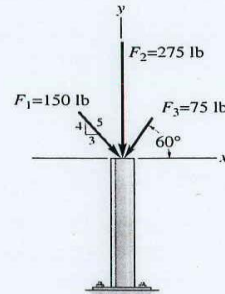
2.49. Determine a intensidade e a orientação  $\theta$  de  $F_A$ , de modo que a força resultante seja orientada ao longo do eixo  $x$  positivo e tenha intensidade de 1.250 N.

2.50. Determine a intensidade e a orientação, medida no sentido anti-horário, a partir do eixo  $x$  positivo, da força resultante que atua sobre o anel em  $O$ , se  $F_A = 750$  N e  $\theta = 45^\circ$ .



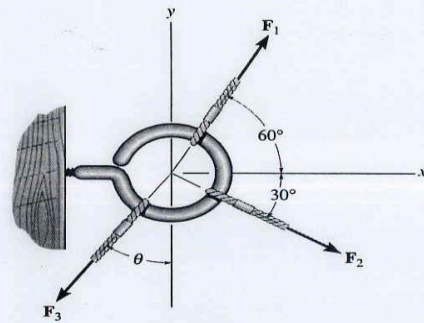
Problemas 2.49/50

2.51. Expresse cada uma das três forças que atuam sobre a coluna na forma vetorial cartesiana e calcule a intensidade da força resultante.



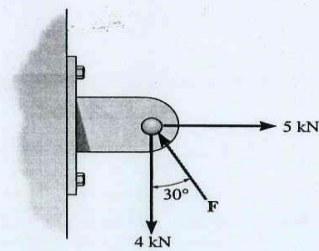
Problema 2.51

\*2.52. As três forças concorrentes que atuam sobre o olhal produzem uma força resultante  $F_R = 0$ . Se  $F_2 = \frac{2}{3} F_1$  e  $F_1$  estiver a  $90^\circ$  de  $F_2$ , como mostrado, determine a intensidade necessária de  $F_3$  expressa em termos de  $F_1$  e do ângulo  $\theta$ .



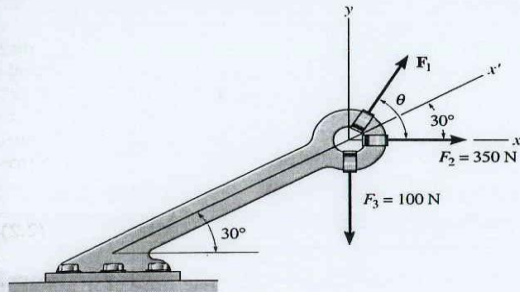
Problema 2.52

2.53. Determine a intensidade da força  $F$ , de modo que a resultante das três forças  $F_R$  seja a menor possível. Qual é a intensidade mínima de  $F_R$ ?



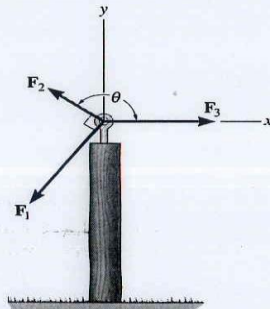
Problema 2.53

2.54. Expresse cada uma das três forças que atuam sobre o suporte em forma vetorial cartesiana em relação aos eixos  $x$  e  $y$ . Determine a intensidade e a orientação  $\theta$  de  $F_1$ , de modo que a força resultante seja orientada ao longo do eixo  $x'$  positivo e tenha intensidade  $F_R = 600$  N.



Problema 2.54

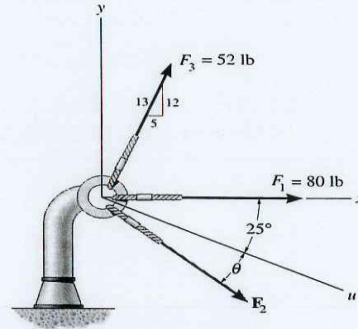
2.55. As três forças concorrentes que atuam sobre o poste produzem uma força resultante  $F_R = 0$ . Se  $F_2 = \frac{1}{2}F_1$  e  $F_1$  estiver a  $90^\circ$  de  $F_2$ , como mostrado, determine a intensidade necessária de  $F_3$  expressa em termos de  $F_1$  e do ângulo  $\theta$ .



Problema 2.55

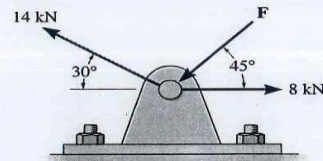
\*2.56. Três forças atuam sobre um suporte. Determine a intensidade e a orientação  $\theta$  de  $F_2$ , de modo que a força resultante seja orientada ao longo do eixo  $u$  positivo e tenha intensidade de 50 lb.

2.57. Se  $F_2 = 150$  lb e  $\theta = 55^\circ$ , determine a intensidade e a orientação, medida no sentido horário, a partir do eixo  $x$  positivo, da força resultante das três forças que atuam sobre o suporte.



Problemas 2.56/57

2.58. Determine a intensidade da força  $F$ , de modo que a força resultante das três forças seja a menor possível. Qual é a intensidade da força resultante?



Problema 2.58

## 2.5 VETORES CARTESIANOS

As operações da álgebra vetorial, quando aplicadas na solução de problemas *iridimensionais*, são simplificadas se os vetores são representados primeiro na forma vetorial cartesiana. Nesta seção será apresentado um método geral para fazer a conversão. Na próxima seção, o método será aplicado na resolução de problemas que envolvem a adição de forças. Aplicações semelhantes serão utilizadas para vetores de posição e de momento dados, em seções posteriores do livro.

**Sistema de Coordenadas Utilizando a Regra da Mão Direita.** Um sistema de coordenadas utilizando a regra da mão direita será usado para desenvolver a teoria da álgebra vetorial a seguir. Diz-se que um sistema de



$$800\mathbf{j} = (212,1 + F_{2x})\mathbf{i} + (150 + F_{2y})\mathbf{j} + (-150 + F_{2z})\mathbf{k}$$

Para satisfazer essa equação, os componentes  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  correspondentes dos lados esquerdo e direito devem ser iguais. Isso é equivalente a dizer que os componentes  $x, y, z$  de  $\mathbf{F}_R$  devem ser iguais aos componentes  $x, y, z$  correspondentes de  $(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)$ . Então:

$$\begin{aligned} 0 &= 212,1 + F_{2x} & F_{2x} &= -212,1 \text{ N} \\ 800 &= 150 + F_{2y} & F_{2y} &= 650 \text{ N} \\ 0 &= -150 + F_{2z} & F_{2z} &= 150 \text{ N} \end{aligned}$$

Como as intensidades de  $\mathbf{F}_2$  e de seus componentes são conhecidas, pode-se usar a Equação 2.11 para determinar  $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ .

$$-212,1 = 700 \cos \alpha_2 \quad \alpha_2 = \cos^{-1}\left(\frac{-212,1}{700}\right) = 108^\circ \quad \text{Resposta}$$

$$650 = 700 \cos \beta_2 \quad \beta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{650}{700}\right) = 21,8^\circ \quad \text{Resposta}$$

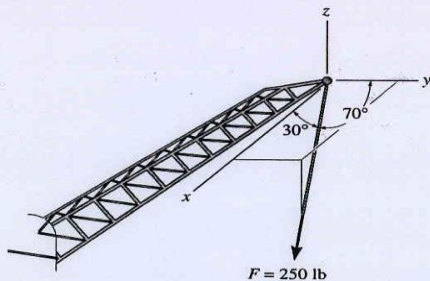
$$150 = 700 \cos \gamma_2 \quad \gamma_2 = \cos^{-1}\left(\frac{150}{700}\right) = 77,6^\circ \quad \text{Resposta}$$

Esses resultados são mostrados na Figura 2.32b.

## PROBLEMAS

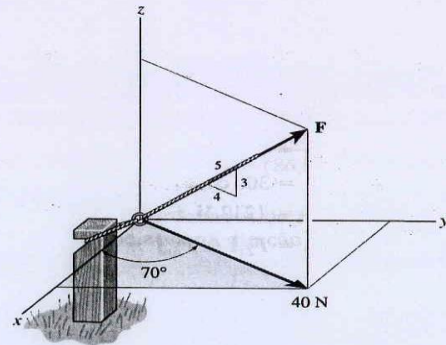
**2.59.** Determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados de  $\mathbf{F}_1 = (60\mathbf{i} - 50\mathbf{j} + 40\mathbf{k})$  N e  $\mathbf{F}_2 = (-40\mathbf{i} - 85\mathbf{j} + 30\mathbf{k})$  N. Esquematize cada força em um sistema de referência  $x, y, z$ .

**\*2.60.** O cabo da extremidade da lança do guincho exerce uma força de 250 lb sobre a lança, como mostrado. Expresse  $\mathbf{F}$  como vetor cartesiano.



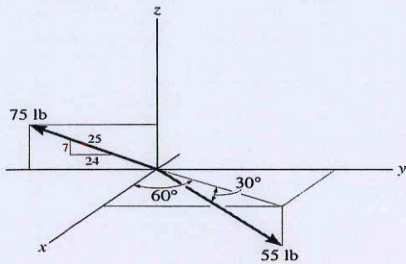
Problema 2.60

**2.61.** Determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados da força  $\mathbf{F}$  que atua sobre a estaca.



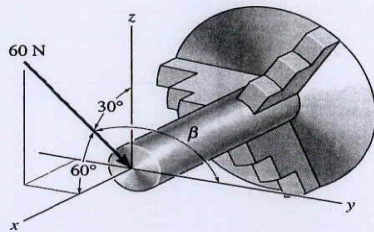
Problema 2.61

**2.62.** Determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados da força resultante.



Problema 2.62

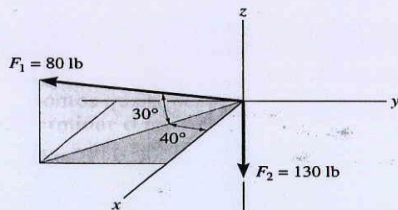
2.63. O tarugo montado no torno está sujeito a uma força de 60 N. Determine o ângulo de direção das coordenadas  $\beta$  e expresse a força como vetor cartesiano.



Problema 2.63

\*2.64. Determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados da força resultante e esquematize esse vetor no sistema de coordenadas.

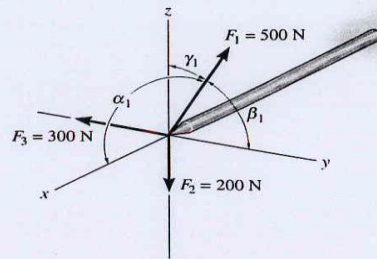
2.65. Especifique os ângulos diretores coordenados de  $F_1$  e  $F_2$  e expresse cada força como um vetor cartesiano.



Problemas 2.64/65

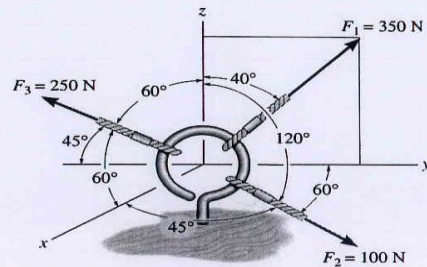
2.66. O mastro está sujeito às três forças mostradas. Determine os ângulos diretores coordenados  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  de  $F_1$ , de modo que a força resultante que atua sobre o mastro seja  $F_R = \{350i\}$  N.

2.67. O mastro está sujeito às três forças mostradas. Determine os ângulos diretores coordenados  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  de  $F_1$ , de modo que a força resultante que atua sobre o mastro seja nula.



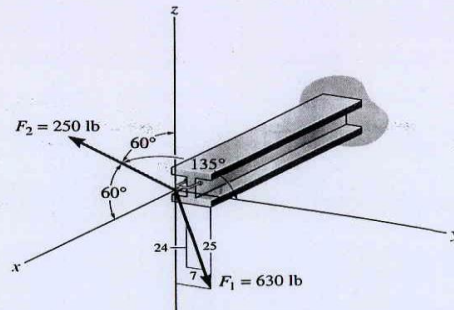
Problemas 2.66/67

\*2.68. Os cabos presos ao olhal estão submetidos às três forças mostradas. Expresse cada força na forma vetorial cartesiana e determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados da força resultante.



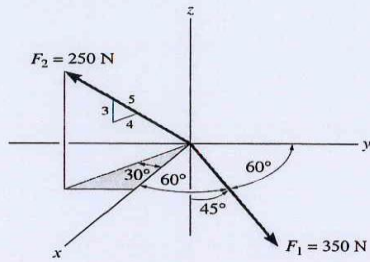
Problema 2.68

2.69. A viga está sujeita às duas forças mostradas. Expresse cada força na forma vetorial cartesiana e determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados da força resultante.



Problema 2.69

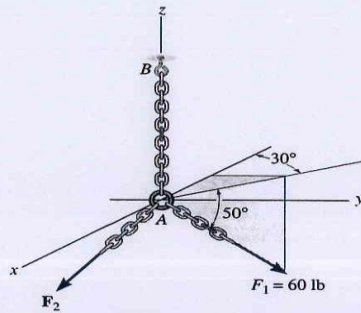
2.70. Determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados da força resultante e esquematize esse vetor no sistema de coordenadas.



Problema 2.70

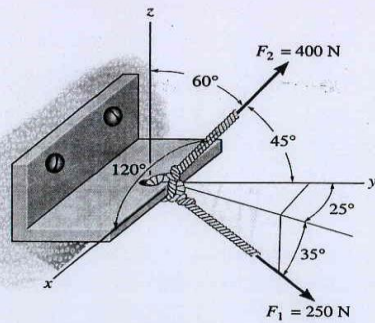
2.71. As duas forças  $F_1$  e  $F_2$  que atuam em A têm uma força resultante  $F_R = \{-100\mathbf{k}\}$  lb. Determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados de  $F_2$ .

\*2.72. Determine os ângulos diretores coordenados da força  $F_1$  e indique-os na figura.



Problemas 2.71/72

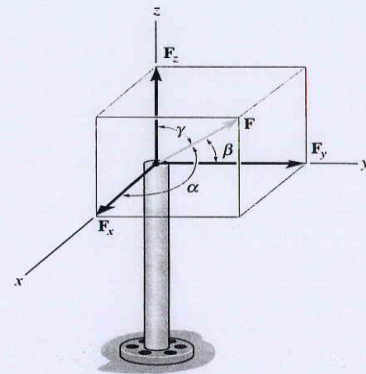
2.73. O suporte está sujeito às duas forças mostradas. Expresse cada força na forma vetorial cartesiana e depois determine a força resultante  $F_R$ , a intensidade e os ângulos diretores coordenados dessa força.



Problema 2.73

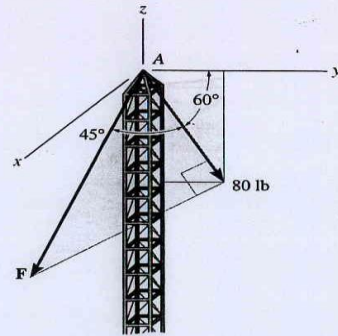
2.74. O poste da figura está submetido à força  $F$ , que tem componentes atuando ao longo dos eixos  $x, y, z$ , como mostrado. Se a intensidade de  $F$  for de  $3\text{ kN}$ ,  $\beta = 30^\circ$  e  $\gamma = 75^\circ$ , determine as intensidades de seus três componentes.

2.75. O poste está submetido à força  $F$ , que tem componentes  $F_x = 1,5\text{ kN}$  e  $F_z = 1,25\text{ kN}$ . Se  $\beta = 75^\circ$ , determine as intensidades de  $F$  e  $F_y$ .



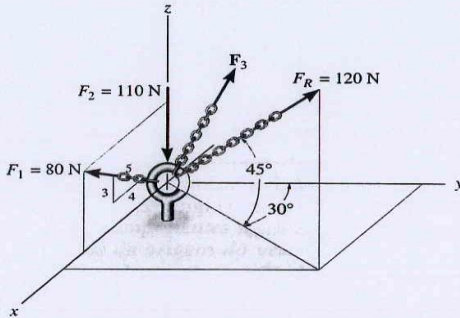
Problemas 2.74/75

\*2.76. A força  $F$  está aplicada em A no topo da torre. Se ela atua na direção mostrada, de modo que um de seus componentes localizado no plano sombreado  $y-z$  tem intensidade de  $80\text{ lb}$ , determine sua intensidade  $F$  e os ângulos diretores coordenados  $\alpha, \beta, \gamma$ .



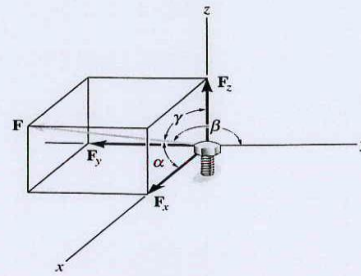
Problema 2.76

- 2.77. Três forças atuam sobre o gancho. Se a força resultante  $F_R$  tiver intensidade e direção como mostrado, determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados da força  $F_3$ .
- 2.78. Determine os ângulos diretores coordenados de  $F_1$  e  $F_R$ .



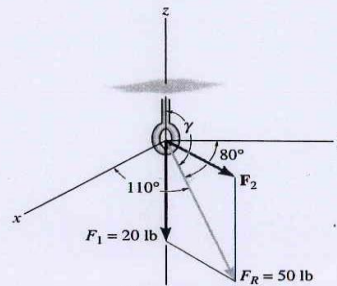
Problemas 2.77/78

- 2.79. O parafuso está submetido à força  $F$ , que tem componentes atuando ao longo dos eixos  $x, y, z$ , como mostrado. Se a intensidade de  $F$  for 80 N,  $\alpha = 60^\circ$  e  $\gamma = 45^\circ$ , determine as intensidades de seus componentes.



Problema 2.79

- \*2.80. Duas forças  $F_1$  e  $F_2$  atuam sobre o olhal. Se a força resultante  $F_R$  tiver intensidade de 50 lb e ângulos diretores coordenados  $\alpha = 110^\circ$  e  $\beta = 80^\circ$ , como mostrado, determine a intensidade de  $F_2$  e seus ângulos diretores coordenados.



Problema 2.80

## 2.7 VETORES POSIÇÃO

Nesta seção será introduzido o conceito de vetor posição e mostrado que esse vetor tem importância na formulação de vetor força cartesiano orientado entre dois pontos quaisquer do espaço. Mais adiante, no Capítulo 4, vamos usá-lo para determinar o momento de uma força.

**Coordenadas  $x, y, z$ .** Ao longo do livro, será empregado o sistema de coordenadas, usando-se a *regra da mão direita* para indicar a localização de pontos no espaço. Além disso, será utilizada a convenção adotada em muitos livros técnicos, que é definir o sentido positivo do eixo  $z$  orientado *para cima* (direção do zênite), de modo que esse seja o sentido para medir a altura de um objeto ou a altitude de um ponto. Então, os eixos  $x, y$  ficam no plano horizontal (Figura 2.33). Os pontos no espaço são localizados em relação à origem das coordenadas,  $O$ , por meio de medidas sucessivas ao longo dos eixos  $x, y, z$ . Por exemplo, na Figura 2.33, as coordenadas do ponto  $A$  são obtidas começando em  $O$  e medindo  $x_A = +4$  m ao longo do eixo  $x$ ;  $y_A = +2$  m ao longo do eixo  $y$ ; e  $z_A = -6$  m ao longo do eixo  $z$ . Então,  $A(4, 2, -6)$ . De maneira semelhante, medidas ao longo dos eixos  $x, y, z$  de  $O$  para  $B$  dão as coordenadas de  $B$ , isto é,  $B(0, 2, 0)$ . Observe também que  $C(6, -1, 4)$ .

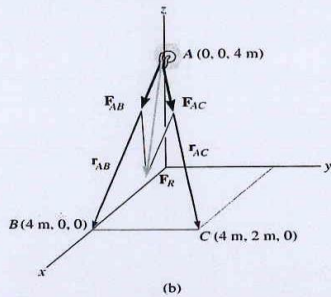
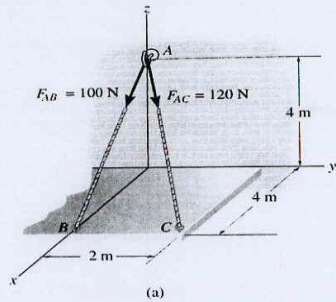


Figura 2.40

$$\mathbf{F}_{AB} = 100 \text{ N} \left( \frac{\mathbf{r}_{AB}}{r_{AB}} \right) = 100 \text{ N} \left( \frac{4}{5,66} \mathbf{i} - \frac{4}{5,66} \mathbf{k} \right)$$

$$\mathbf{F}_{AB} = \{70,7\mathbf{i} - 70,7\mathbf{k}\} \text{ N}$$

Para  $F_{AC}$  temos:

$$\mathbf{r}_{AC} = (4 \text{ m} - 0)\mathbf{i} + (2 \text{ m} - 0)\mathbf{j} + (0 - 4 \text{ m})\mathbf{k}$$

$$= \{4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 4\mathbf{k}\} \text{ m}$$

$$r_{AC} = \sqrt{(4)^2 + (2)^2 + (-4)^2} = 6 \text{ m}$$

$$\mathbf{F}_{AC} = 120 \text{ N} \left( \frac{\mathbf{r}_{AC}}{r_{AC}} \right) = 120 \text{ N} \left( \frac{4}{6} \mathbf{i} + \frac{2}{6} \mathbf{j} - \frac{4}{6} \mathbf{k} \right)$$

$$= \{80\mathbf{i} + 40\mathbf{j} - 80\mathbf{k}\} \text{ N}$$

A força resultante é, portanto:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_{AB} + \mathbf{F}_{AC} = \{70,7\mathbf{i} - 70,7\mathbf{k}\} \text{ N} + \{80\mathbf{i} + 40\mathbf{j} - 80\mathbf{k}\} \text{ N}$$

$$= \{150,7\mathbf{i} + 40\mathbf{j} - 150,7\mathbf{k}\} \text{ N}$$

A intensidade de  $\mathbf{F}_R$  é, então:

$$F_R = \sqrt{(150,7)^2 + (40)^2 + (-150,7)^2}$$

$$= 217 \text{ N}$$

Resposta

## PROBLEMAS

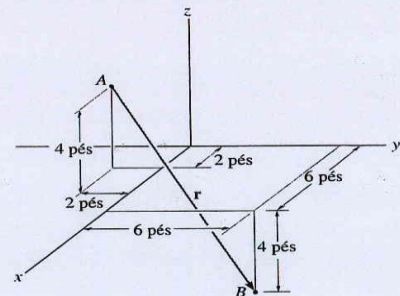
2.81. Se  $\mathbf{r}_1 = \{3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}\} \text{ m}$ ,  $\mathbf{r}_2 = \{4\mathbf{i} - 5\mathbf{k}\} \text{ m}$ ,  $\mathbf{r}_3 = \{3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}\} \text{ m}$ , determine a intensidade e direção de  $\mathbf{r} = 2\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 + 3\mathbf{r}_3$ .

2.82. Represente o vetor posição  $\mathbf{r}$  que atua do ponto A (3 m, 5 m, 6 m) para o ponto B (5 m, -2 m, 1 m) na forma de vetor cartesiano. Determine seus ângulos diretores coordenados e a distância entre os pontos A e B.

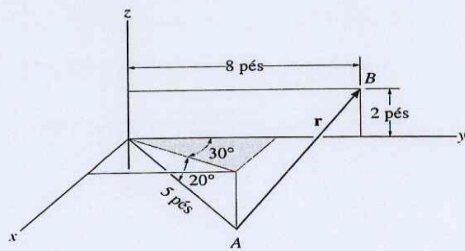
2.83. Um vetor posição estende-se da origem ao ponto A (2 m, 3 m, 6 m). Determine os ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  que a origem do vetor faz, respectivamente, com os eixos  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

\*2.84. Expresse o vetor posição  $\mathbf{r}$  na forma cartesiana; depois determine sua intensidade e os ângulos diretores coordenados.

2.85. Expresse o vetor posição  $\mathbf{r}$  na forma cartesiana; depois determine sua intensidade e os ângulos diretores coordenados.

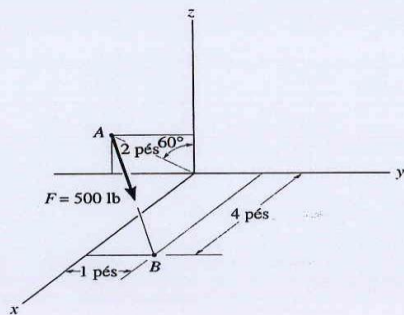


Problema 2.84



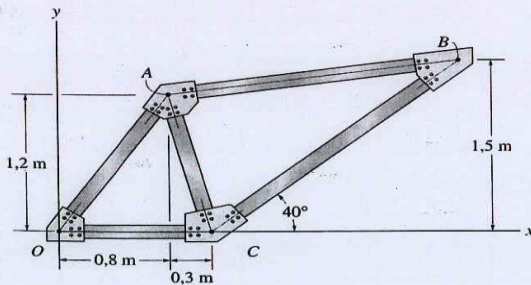
Problema 2.85

2.86. Exprese a força  $F$  como um vetor cartesiano; depois determine seus ângulos diretores coordenados.



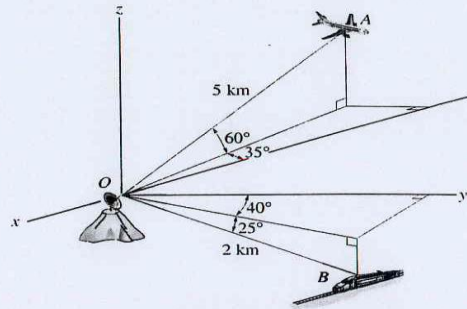
Problema 2.86

2.87. Determine o comprimento do elemento  $AB$  da treliça estabelecendo primeiro um vetor posição cartesiano de  $A$  para  $B$  e depois determinando sua intensidade.



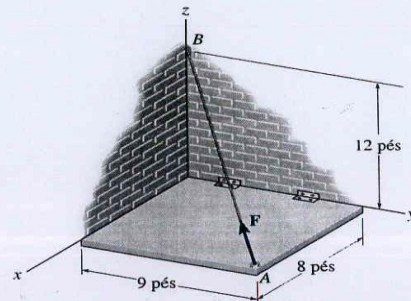
Problema 2.87

\*2.88. Em um dado instante, a posição de um avião em  $A$  e a de um trem em  $B$  são medidas em relação à antena de radar em  $O$ . Determine a distância  $d$  entre  $A$  e  $B$  nesse instante. Para resolver o problema, defina um vetor posição orientado de  $A$  para  $B$  e depois determine sua intensidade.



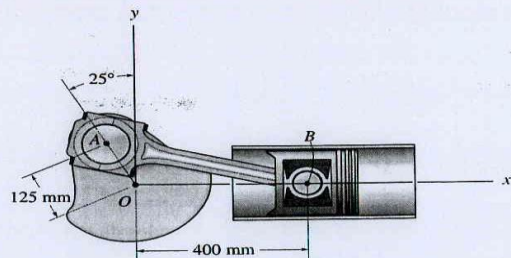
Problema 2.88

2.89. A chapa articulada é suportada pela corda  $AB$ . Se a força na corda for  $F = 340$  lb, expresse essa força orientada de  $A$  para  $B$  e como um vetor cartesiano. Qual é o comprimento da corda?



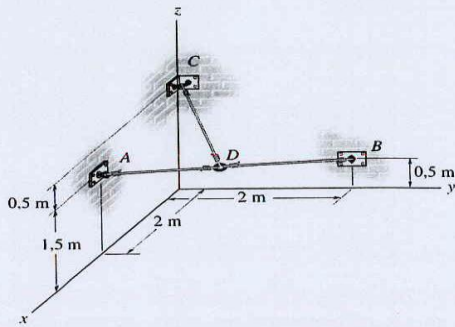
Problema 2.89

2.90. Determine o comprimento  $AB$  da biela definindo antes um vetor posição cartesiano de  $A$  para  $B$  e depois determinando sua intensidade.

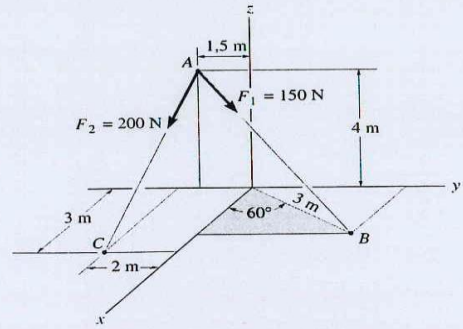


Problema 2.90

2.91. Determine os comprimentos dos arames  $AD$ ,  $BD$  e  $CD$ . O anel em  $D$  está no centro entre  $A$  e  $B$ .

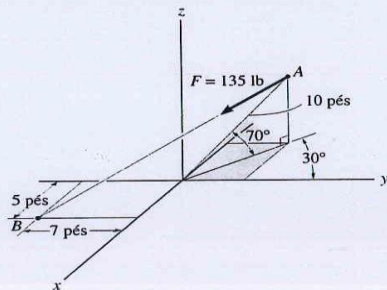


Problema 2.91



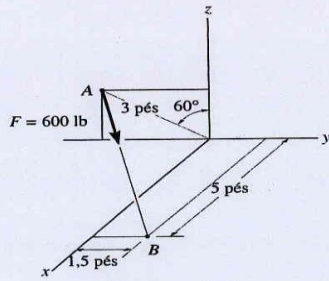
Problema 2.94

\*2.92. Expresse a força  $F$  como um vetor cartesiano; depois determine seus ângulos diretores coordenados.



Problema 2.92

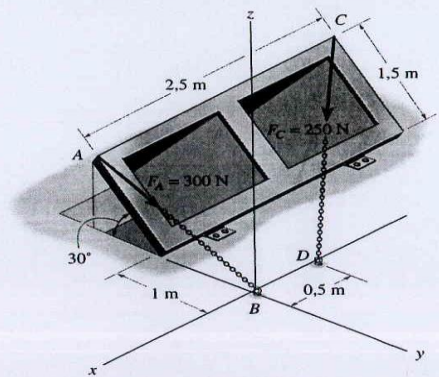
2.93. Expresse a força  $F$  como um vetor cartesiano; depois determine seus ângulos diretores coordenados.



Problema 2.93

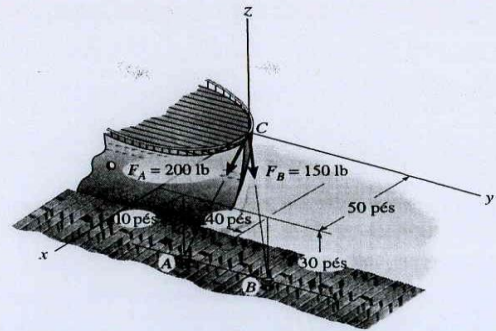
2.94. Determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados da força resultante que atua sobre o ponto  $A$ .

2.95. A porta é mantida aberta por meio de duas correntes. Se a tensão em  $AB$  e  $CD$  for  $F_A = 300\text{ N}$  e  $F_C = 250\text{ N}$ , respectivamente, expresse cada uma dessas forças na forma vetorial cartesiana.



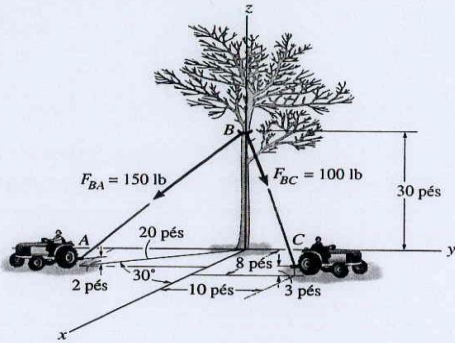
Problema 2.95

\*2.96. Os dois cabos de amarração exercem forças na popa de um navio, como mostrado na figura. Represente cada força como um vetor cartesiano e determine a intensidade e a direção da resultante.



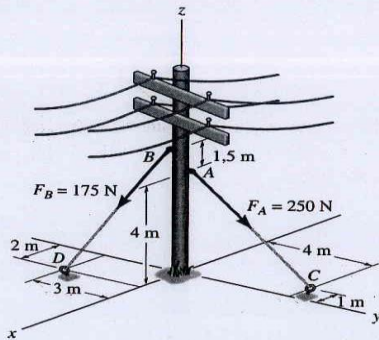
Problema 2.96

2.97. Os dois tratores puxam a árvore com as forças mostradas. Represente cada força como um vetor cartesiano e determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados da força resultante.



Problema 2.97

2.98. Os cabos de tração são usados para suportar o poste de telefone. Represente a força em cada cabo na forma de vetor cartesiano.

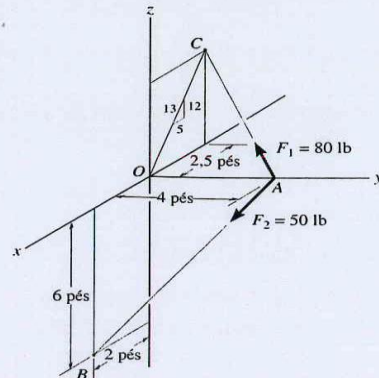


Problema 2.98

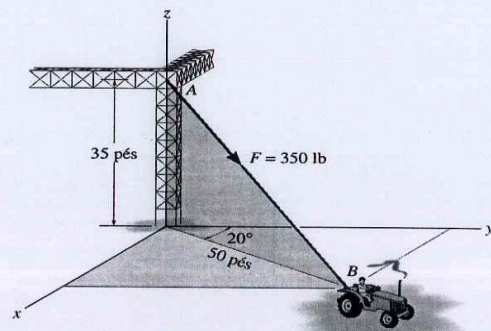
2.99. Exprese cada uma das forças na forma vetorial cartesiana e determine a intensidade e os ângulos diretores coordenados da força resultante.

\*2.100. O cabo preso ao trator em B exerce uma força de 350 lb sobre a estrutura. Exprese essa força como um vetor cartesiano.

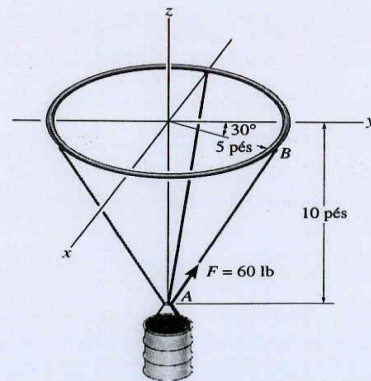
2.101. A carga em A cria uma força de 60 lb no arame AB. Exprese essa força como um vetor cartesiano atuando sobre A e orientada para B, como mostrado na figura.



Problema 2.99

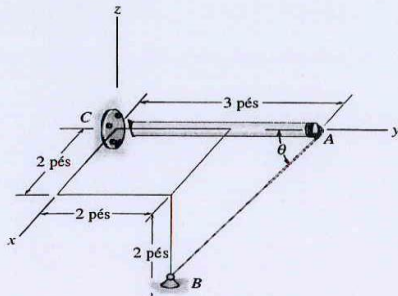


Problema 2.100



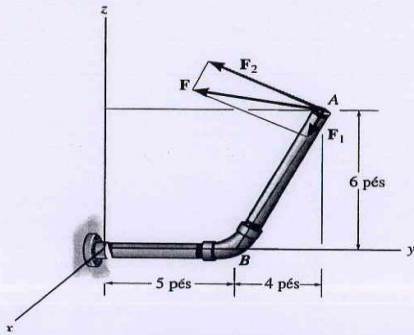
Problema 2.101





Problema 2.113

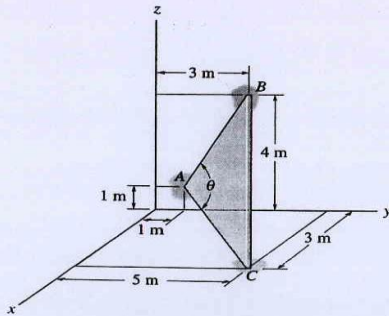
2.114. A força  $F = [25i - 50j + 10k]$  N atua na extremidade A do conjunto do tubo. Determine a intensidade dos componentes  $F_1$  e  $F_2$  que atuam ao longo do eixo de AB e na perpendicular a ele.



Problema 2.114

2.115. Determine o ângulo  $\theta$  entre os lados da chapa triangular.

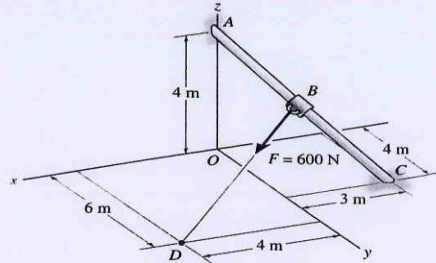
\*2.116. Determine o comprimento do lado BC da chapa triangular. Resolva o problema calculando a intensidade de  $r_{BC}$ . Em seguida, verifique o resultado calculando primeiro  $\theta$ ,  $r_{AB}$  e  $r_{AC}$  e depois use a lei do cosseno.



Problemas 2.115/116

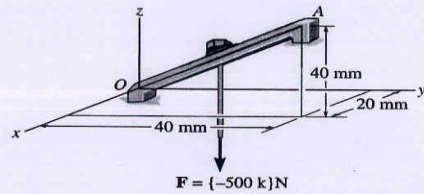
2.117. Determine os componentes de  $F$  que atuam ao longo da haste AC e perpendicularmente a ela. O ponto B está localizado no ponto médio da haste.

2.118. Determine os componentes de  $F$  que atuam ao longo da haste AC e perpendicularmente a ela. O ponto B está localizado sobre a haste a 3 m da extremidade C.



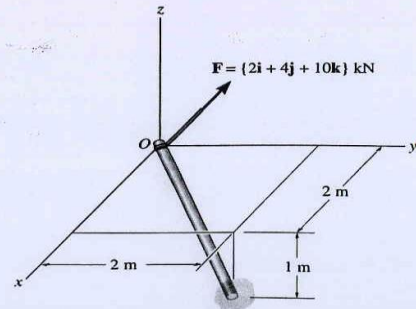
Problemas 2.117/218

2.119. O fixador é usado em um dispositivo. Se a força vertical que atua sobre o parafuso for  $F = \{-500k\}$  N, determine as intensidades dos componentes  $F_1$  e  $F_2$  que atuam ao longo do eixo OA e perpendicularmente a ele.



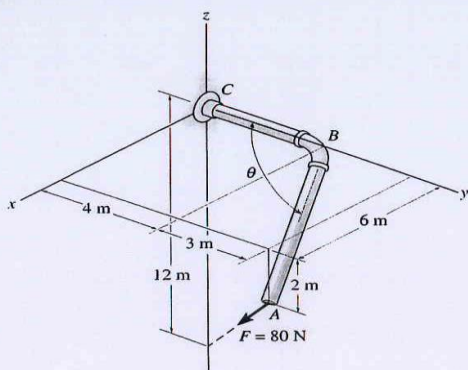
Problema 2.119

\*2.120. Determine a projeção da força  $F$  ao longo do poste.



Problema 2.120

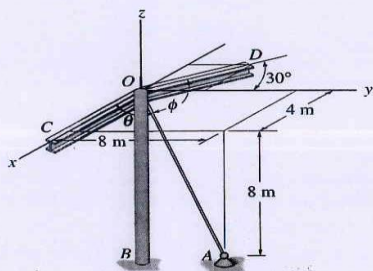
2.121. Determine o componente projetada da força de 80 N que atua ao longo do eixo  $AB$  do tubo.



Problema 2.121

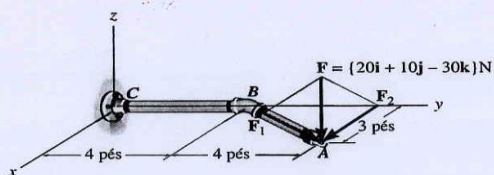
2.122. O cabo  $OA$  é usado para suportar a coluna  $OB$ . Determine o ângulo  $\theta$  que ele forma com a viga  $OC$ .

2.123. O cabo  $OA$  é usado para suportar a coluna  $OB$ . Determine o ângulo  $\phi$  que ele forma com a viga  $OD$ .



Problemas 2.122/123

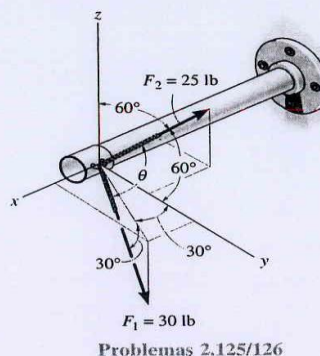
\*2.124. A força  $F$  atua sobre a extremidade  $A$  do conjunto do tubo. Determine as intensidades dos componentes  $F_1$  e  $F_2$  que atuam ao longo do eixo de  $AB$  e perpendicularmente a ele.



Problema 2.124

2.125. Dois cabos exercem forças sobre o tubo. Determine a grandeza do componente de  $F_1$  projetado ao longo da linha de ação de  $F_2$ .

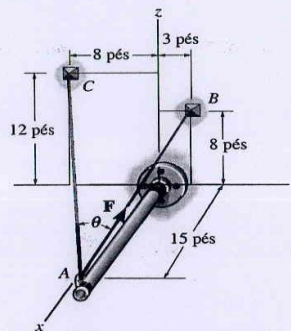
2.126. Determine o ângulo  $\theta$  entre os dois cabos presos ao tubo.



Problemas 2.125/126

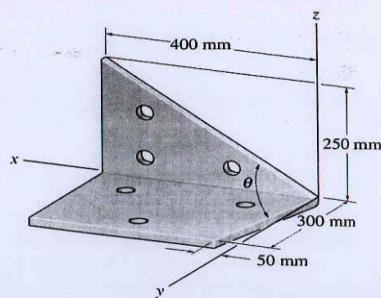
2.127. Determine o ângulo  $\theta$  entre os cabos  $AB$  e  $AC$ .

\*2.128. Se  $F$  tem intensidade de 55 lb, determine as intensidades das projeções de seus componentes que atuam ao longo do eixo  $x$  e do cabo  $AC$ .



Problemas 2.127/128

2.129. Determine o ângulo  $\theta$  entre as bordas do suporte de chapa metálica.



Problema 2.129